

On a smallest topological triangle free (n_4) point-line configuration*

Jürgen Bokowski 

*Department of Mathematics, Technische Universität Darmstadt
Schlossgartenstrasse 7, D-64289 Darmstadt, Germany*

Hendrik Van Maldeghem[†] 

*Ghent University, Department of Mathematics: Algebra and Geometry
Krijgslaan 281, S25, B-9000 Gent, Belgium*

Received 30 January 2020, accepted 4 August 2020, published online 2 September 2021

Abstract

We study an abstract object, a finite generalised quadrangle $W(3)$, due to Jacques Tits, that can be seen as the Levi graph of a triangle free (40_4) point-line configuration. We provide for $W(3)$ representations as a topological (40_4) configuration, as a (40_4) circle representation, and a representation in the complex plane. These come close to a still questionable (real) geometric (40_4) point-line configuration realising this finite generalised quadrangle. This abstract (40_4) configuration has interesting triangle free realisable geometric subconfigurations, which we also describe. A topological (n_4) configuration for $n < 40$ must contain a triangle, so our triangle free example is minimal.

Keywords: Finite generalised quadrangles, computational synthetic geometry, point-line configurations, oriented matroids, pseudoline arrangements.

Math. Subj. Class.: 52C30

*The authors would like to thank M. Conder and T. Pisanski for some very helpful discussions.

[†]Corresponding author.

E-mail addresses: juergen.bokowski@gmail.com (Jürgen Bokowski), hendrik.vanmaldeghem@ugent.be (Hendrik Van Maldeghem)

O najmanjši topološki (n_4) konfiguraciji točk in premic brez trikotnikov*

Jürgen Bokowski 

*Department of Mathematics, Technische Universität Darmstadt
Schlossgartenstrasse 7, D-64289 Darmstadt, Germany*

Hendrik Van Maldeghem[†] 

*Ghent University, Department of Mathematics: Algebra and Geometry
Krijgslaan 281, S25, B-9000 Gent, Belgium*

Prejeto 30. januarja 2020, sprejeto 4. avgusta 2020, objavljeno na spletu 2. septembra 2021

Povzetek

Preučujemo abstrakten objekt, končen posplošeni štirikotnik $W(3)$, ki ga je predstavil Jacques Tits; ta objekt lahko gledamo kot Levijev graf konfiguracije (40_4) točk in premic brez trikotnikov. Za ta $W(3)$ dobimo različne predstavitve: kot topološko (40_4) konfiguracijo, kot (40_4) konfiguracijo točk in krožnic, pa tudi predstavitev v kompleksni ravnini. Te predstavitve so blizu doslej še nedokazani (realni) geometrijski (40_4) konfiguraciji točk in premic, ki bi realizirala ta končni posplošeni štirikotnik. Ta abstraktna (40_4) konfiguracija ima zanimive realizabilne geometrijske podkonfiguracije brez trikotnikov, ki jih prav tako opišemo. Ker vsaka topološka (n_4) konfiguracija pri pogoju $n < 40$ vsebuje vsaj en trikotnik, je naš primer, ki ne vsebuje trikotnikov, minimalen.

Ključne besede: Končni posplošeni štirikotniki, računska sintetična geometrija, konfiguracije točk in premic, orientirani matroidi, sestav psevdopremic.

Math. Subj. Class.: 52C30

*Avtorja bi se rada zahvalila M. Conderju in T. Pisanskemu za nekaj zelo koristnih razprav.

[†]Kontaktni avtor.

E-poštna naslova: juergen.bokowski@gmail.com (Jürgen Bokowski), hendrik.vanmaldeghem@ugent.be (Hendrik Van Maldeghem)