

On König-Egerváry collections of maximum critical independent sets*

Vadim E. Levit

Department of Computer Science, Ariel University, Israel

Eugen Mandrescu

Department of Computer Science, Holon Institute of Technology, Israel

Received 20 April 2017, accepted 13 May 2018, published online 8 August 2018

Abstract

Let G be a simple graph with vertex set $V(G)$. A set $S \subseteq V(G)$ is *independent* if no two vertices from S are adjacent. Let $\text{Ind}(G)$ denote the family of all independent sets.

The graph G is said to be *König-Egerváry* if $\alpha(G) + \mu(G) = |V(G)|$, where $\alpha(G)$ denotes the size of a maximum independent set and $\mu(G)$ is the cardinality of a maximum matching. A family $\Gamma \subseteq \text{Ind}(G)$ is a *König-Egerváry collection* if $|\bigcup \Gamma| + |\bigcap \Gamma| = 2\alpha(G)$.

The number $d(X) = |X| - |N(X)|$ is the *difference* of $X \subseteq V(G)$, and a set $A \in \text{Ind}(G)$ is *critical* if $d(A) = \max\{d(I) : I \in \text{Ind}(G)\}$.

In this paper, we show that if the family of all maximum critical independent sets of a graph G is a König-Egerváry collection, then G is a König-Egerváry graph. This result generalizes one of our conjectures verified by Short in 2016.

Keywords: Maximum independent set, critical set, kernel, nucleus, core, corona, diadem, König-Egerváry graph.

Math. Subj. Class.: 05C69, 05C70, 05A20

*We would like to thank the anonymous reviewers for their constructive comments, which helped us to improve the presentation of the paper.

E-mail addresses: levitv@ariel.ac.il (Vadim E. Levit), eugen_m@hit.ac.il (Eugen Mandrescu)



O König-Egerváryjevih zbirkah maksimalnih kritičnih neodvisnih množic*

Vadim E. Levit

Department of Computer Science, Ariel University, Israel

Eugen Mandrescu

Department of Computer Science, Holon Institute of Technology, Israel

Prejeto 20. aprila 2017, sprejeto 13. maja 2018, objavljeno na spletu 8. avgusta 2018

Povzetek

Naj bo G enostaven graf z množico vozlišč $V(G)$. Množica $S \subseteq V(G)$ je *neodvisna*, če nobeni dve vozlišči iz S nista sosedni. Naj $\text{Ind}(G)$ označuje družino vseh neodvisnih množic.

Graf G se imenuje *König-Egerváryjev graf*, če je $\alpha(G) + \mu(G) = |V(G)|$, kjer $\alpha(G)$ označuje velikost maksimalne neodvisne množice, $\mu(G)$ pa je moč maksimalnega prirerjanja. Družina $\Gamma \subseteq \text{Ind}(G)$ je *König-Egerváryjeva zbirka*, če je $|\bigcup \Gamma| + |\bigcap \Gamma| = 2\alpha(G)$.

Število $d(X) = |X| - |N(X)|$ je *razlika* množice $X \subseteq V(G)$, množica $A \in \text{Ind}(G)$ pa je *kritična*, če $d(A) = \max\{d(I) : I \in \text{Ind}(G)\}$.

V tem članku pokažemo: če je družina vseh maksimalnih kritičnih neodvisnih množic grafa G König-Egerváryjeva zbirka, potem je G König-Egerváryjev graf. Ta rezultat je posplošitev ene izmed naših domnev, ki jo je Short potrdil leta 2016.

Ključne besede: Maksimalna neodvisna množica, kritična množica, jedro, nukleus, sredica, korona, diadem, König-Egerváryjev graf.

Math. Subj. Class.: 05C69, 05C70, 05A20

*Rada bi se zahvalila anonimnim recenzentom za njihove konstruktivne pripombe, ki so nama pomagale izboljšati predstavitev članka.

E-poštna naslova: levitv@ariel.ac.il (Vadim E. Levit), eugen-m@hit.ac.il (Eugen Mandrescu)